4^{η} δεκάδα θεμάτων επανάληψης

31.

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln(e^{2x} - 2e^x + 3)$ και $g(x) = \ln 3 + \ln(e^x - 1)$

i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού τους.

ii. Να βρείτε τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των f, g

iii. Να λύσετε την ανίσωση $f(x) > 2g(x)$

Προτεινόμενη λύση

i.

Για να ορίζεται η f πρέπει $e^{2x} - 2e^x + 3 > 0$

$$\left(e^x\right)^2 - 2e^x + 3 > 0$$

Επειδή $\Delta = -8 < 0$, το τριώνυμο $\left(e^x\right)^2 - 2e^x + 3$ είναι θετικό για κάθε e^x, άρα για κάθε x. Επομένως $A_f = \mathbb{R}$.

Για να ορίζεται η g πρέπει $e^x - 1 > 0 \Leftrightarrow e^x > 1 \Leftrightarrow e^x > e^0 \Leftrightarrow x > 0$

Άρα $A_g = (0, +\infty)$

ii .

Οι τετμημένες των σημείων τομής είναι οι λύσεις της εξίσωσης

$$f(x) = g(x) \quad \text{με} \quad x \in (0, +\infty)$$

$$\begin{aligned}
f(x) = g(x) \Leftrightarrow\ & \ln(e^{2x} - 2e^x + 3) = \ln 3 + \ln(e^x - 1) \\
& \ln(e^{2x} - 2e^x + 3) = \ln[3(e^x - 1)] \\
& e^{2x} - 2e^x + 3 = 3(e^x - 1) \\
& e^{2x} - 5e^x + 6 = 0 \\
& \left(e^x\right)^2 - 5e^x + 6 = 0 \qquad (\Delta = 25 - 24 = 1) \\
& e^x = 2 \ \text{ή}\ e^x = 3 \\
& x = \ln 2 \ \text{ή}\ x = \ln 3 \quad \text{δεκτές διότι} \in (0, +\infty)
\end{aligned}$$

$g(\ln 2) = \ln 3 + \ln(e^{\ln 2} - 1) = \ln 3 + \ln(2 - 1) = \ln 3 + \ln 1 = \ln 3$

$g(\ln 3) = \ln 3 + \ln(e^{\ln 3} - 1) = \ln 3 + \ln(3 - 1) = \ln 3 + \ln 2 = \ln(2 \cdot 3) = \ln 6$

Άρα τα σημεία τομής είναι τα $A(\ln 2, \ln 3)$, $B(\ln 3, \ln 6)$.

iii.

Για $x \in (0, +\infty)$: $f(x) > 2g(x) \Leftrightarrow$

$$\begin{aligned}
& \ln(e^{2x} - 2e^x + 3) > 2\ln 3 + 2\ln(e^x - 1) \\
& \ln(e^{2x} - 2e^x + 3) > \ln 3^2 + \ln(e^x - 1)^2 \\
& \ln(e^{2x} - 2e^x + 3) > \ln[3^2(e^x - 1)^2] \\
& e^{2x} - 2e^x + 3 > 9(e^{2x} - 2e^x + 1) \\
& 8e^{2x} - 16e^x + 6 < 0 \\
& 4e^{2x} - 8e^x + 3 < 0 \qquad \textbf{(1)}
\end{aligned}$$

Θέτουμε $e^x = y > 0$, οπότε η (1) $\Leftrightarrow$

$$\begin{aligned}
& 4y^2 - 8y + 3 < 0 \\
& \frac{1}{2} < y < \frac{3}{2} \\
& \frac{1}{2} < e^x < \frac{3}{2} \\
& \ln\left(\frac{1}{2}\right) < \ln e^x < \ln\left(\frac{3}{2}\right)
\end{aligned}$$

$$\ln 1 - \ln 2 < x < \ln 3 - \ln 2$$
$$-\ln 2 < x < \ln 3 - \ln 2$$

Και επειδή $x > 0$ τελικά : $f(x) > 2g(x) \Leftrightarrow 0 < x < \ln 3 - \ln 2$.

32.

Α. Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου P(x) με το $x-\rho$

Είναι ίσο με την αριθμητική τιμή του πολυωνύμου P(x) για $x = \rho$ είναι δηλαδή

$\upsilon = P(\rho)$

Β . Αν $\log_\alpha\theta = x$ τότε

i) $\alpha^\theta = x$ **ii)** $x^\alpha = \theta$ **iii)** $\alpha^x = \theta$

επιλέξτε την σωστή απάντηση

Γ. Η εξίσωση σφx = σφθ έχει λύσεις αυτές που δίνονται από τον τύπο

i) $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$ **ii)** $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$ **iii)** $x = k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$

επιλέξτε την σωστή απάντηση

Δ . Η μέγιστη τιμή της συνάρτησης f(x) = ρημωx , ρ , ω >0 είναι

i) ρ **ii)** ω **iii)** −ρ

επιλέξτε την σωστή απάντηση

Ε. Συμπληρώστε τις παρακάτω προτάσεις

i) Ο βαθμός του γινόμενου δύο πολυωνύμων είναι ίσος με το …………..των βαθμών των δύο πολυωνύμων

ii) Η συνάρτηση f(x) = συνx είναι γνησίως ………στο διάστημα $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

Προτεινόμενη λύση

Α .

Η ταυτότητα της διαίρεσης του πολυωνύμου P(x) με το $x-\rho$ ως γνωστόν είναι η $P(x) = (x-\rho)\pi(x) + \upsilon(x)$. Επειδή ο διαιρετέος $x-\rho$ είναι πολυώνυμο 1^{ου} βαθμού το υπόλοιπο της διαίρεσης θα είναι ένα σταθερό πολυώνυμο υ έτσι έχουμε

$P(x) = (x-\rho)\pi(x) + \upsilon$ και αν θέσουμε όπου x το ρ παίρνουμε

$P(\rho) = (\rho-\rho)\pi(\rho) + \upsilon = 0 + \upsilon = \upsilon$ επομένως $\upsilon = P(\rho)$

Β.

Σωστή απάντηση είναι η **(iii)**

Γ .

Σωστή απάντηση είναι η **(iii)**

Δ.

Σωστή απάντηση είναι η **(i)**

Ε .

i) Ο βαθμός του γινόμενου δύο πολυωνύμων είναι ίσος με το άθροισμα των βαθμών των δύο πολυωνύμων

ii) Η συνάρτηση f(x) = συνx είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $\left[0,\ \frac{\pi}{2}\right]$

33.

i) Να λυθεί η εξίσωση $|α^3 - 5α^2 + α + 3β| + |β - 2α + 1| = 0$

ii) Αν το ζεύγος (α, β) είναι λύση της εξίσωσης του (i) να εξετάσετε την μονοτονία της συνάρτησης $f(x) = \left(\dfrac{5α + 4}{3β + 5}\right)^x$

Προτεινόμενη λύση

i)

Η δοσμένη εξίσωση είναι ισοδύναμη με το σύστημα

$$\begin{cases} α^3 - 5α^2 + α + 3β = 0 & (1) \\ β - 2α + 1 = 0 & (2) \end{cases}$$

Η (2) $\Leftrightarrow β = 2α - 1$ τότε η (1) γίνεται $α^3 - 5α^2 + 7α - 3 = 0$ **(3)**

Εφαρμόζοντας Horner για α = 1 έχουμε

1	–5	7	–3	1
……..	1	– 4	3	
1	–4	3	0	

Επομένως η εξίσωση **(3)** γίνεται

$(α - 1)(α^2 - 4α + 3) = 0$ την οποία λύνοντας βρίσκουμε ότι α = 1 ή α = 3

Αν α = 1 τότε β = 1 και αν α = 3 τότε β = 5

ii)

Για α = 1 και β = 1 έχουμε ότι $f(x) = \left(\dfrac{9}{8}\right)^x$

η οποία είναι γνησίως αύξουσα αφού $\dfrac{9}{8} > 1$

Για α = 3 και β = 5 έχουμε ότι $f(x) = \left(\dfrac{19}{20}\right)^x$

η οποία είναι γνησίως φθίνουσα αφού $0 < \dfrac{19}{20} < 1$

34.

Να λυθούν οι εξισώσεις : **i)** $2^{συνx} + 2\cdot 2^{-συνx} - 3 = 0$

ii) $e^{συν^2x} = \dfrac{e^{-2συν^3x-2συνx}}{e}$

Προτεινόμενη λύση

i .

$2^{συνx} + 2\cdot 2^{-συνx} - 3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2^{συνx} + 2\cdot\dfrac{1}{2^{συνx}} - 3 = 0$

(Θέτουμε $2^{συνx} = y > 0$) $\quad y + 2\,\dfrac{1}{y} - 3 = 0$

$y^2 - 3y + 2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad y = 1$ ή $y = 2$

- Όταν $y = 1$: $\quad 2^{συνx} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad 2^{συνx} = 2^0$
  $συνx = 0$
  $συνx = συν\dfrac{\pi}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x = 2k\pi \pm \dfrac{\pi}{2}\,,\ k \in \mathbb{Z}$
- Όταν $y = 2$: $\quad 2^{συνx} = 2 \quad \Leftrightarrow \quad 2^{συνx} = 2^1$
  $συνx = 1$
  $συνx = συν0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 2k\pi\,,\ k \in \mathbb{Z}$

ii .

$e^{συν^2x} = \dfrac{e^{-2συν^3x-2συνx}}{e} \quad \Leftrightarrow \quad e^{συν^2x} = e^{-2συν^3x-2συνx-1}$

$συν^2x = -2συν^3x - 2συνx - 1$

$2συν^3x + συν^2x + 2συνx + 1 = 0$

$συν^2x\,(2συνx + 1) + (2συνx + 1) = 0$

$(2συνx + 1)(συν^2x + 1) = 0$

($συν^2x + 1 > 0$) $\quad 2συνx + 1 = 0$

$συνx = -\dfrac{1}{2}$

$συνx = συν\dfrac{2\pi}{3} \quad \Leftrightarrow \quad x = 2k\pi \pm \dfrac{2\pi}{3}\,,\ k \in \mathbb{Z}.$

.

35.

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = kx^3 - (k+\lambda)x^2 + \lambda x + 1$

i. Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $(x+1)$ είναι 23 και η αριθμητική τιμή του $P(x)$ για $x = -\frac{1}{2}$ είναι 7, να αποδείξετε ότι $k = -6$ και $\lambda = -5$.

ii. Για $k = -6$ και $\lambda = -5$ να γίνει η διαίρεση $P(x) : (2x+1)$ και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης.

iii. Για $k = -6$ και $\lambda = -5$ να λύσετε την ανίσωση $P(x) > 7$

Προτεινόμενη λύση

i.

$P(-1) = 23 \Leftrightarrow -k-(k+\lambda)-\lambda+1 = 23 \Leftrightarrow k+\lambda = -11$ **(1)**

$P\left(-\frac{1}{2}\right) = 7 \Leftrightarrow -\frac{1}{8}k - \frac{1}{4}(k+\lambda) - \frac{1}{2}\lambda + 1 = 7 \Leftrightarrow k + 2\lambda = -16$ **(2)**

Λύνοντας το σύστημα των (1), (2) βρίσκουμε $k = -6$ και $\lambda = -5$

ii.

Για $k = -6$ και $\lambda = -5$ το $P(x)$ γίνεται $P(x) = -6x^3 + 11x^2 - 5x + 1$

Διαίρεση $P(x) : (2x+1)$

$$
\begin{array}{r|l}
-6x^3 + 11x^2 - 5x + 1 & 2x + 1 \\ \cline{2-2}
6x^3 + 3x^2 & -3x^2 + 7x - 6 \\ \cline{1-1}
14x^2 - 5x + 1 & \\
-14x^2 - 7x & \\ \cline{1-1}
-12x + 1 & \\
12x + 6 & \\ \cline{1-1}
7 &
\end{array}
$$

Ταυτότητα της διαίρεσης : $P(x) = (2x+1)(-3x^2 + 7x - 6) + 7$

iii)

$P(x) > 7 \Leftrightarrow (2x+1)(-3x^2 + 7x - 6) + 7 > 7$

$(2x+1)(-3x^2 + 7x - 6) > 0$ $\quad(\Delta = -23 < 0$ άρα $-3x^2 + 7x - 6 < 0)$

$2x + 1 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{2}$.

36.

Έστω η συνάρτηση

$f(x) = (\mu^2 - 2\mu + 1)^x \quad , \mu \in \mathbb{R}$

i) Για ποιες τιμές του μ είναι εκθετική;

ii) Για ποιες τιμές του μ είναι γνησίως φθίνουσα;

iii) Για ποιες τιμές του μ η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο Κ(1, 4);

iv) Αν $\mu > 2$ να λύσετε την ανίσωση $f(-x + 3) < f(2x - 9)$

Προτεινόμενη λύση

i)

Θα πρέπει να ισχύει

$0 < \mu^2 - 2\mu + 1 \neq 1 \quad \Leftrightarrow$

$\mu^2 - 2\mu + 1 > 0$ και $\mu^2 - 2\mu + 1 \neq 1 \quad \Leftrightarrow$

$(\mu - 1)^2 > 0$ και $\mu(\mu - 2) \neq 0 \quad \Leftrightarrow$

$\mu \neq 1$ και $\mu \neq 0$ και $\mu \neq 2$

ii)

Θα πρέπει να ισχύει

$0 < \mu^2 - 2\mu + 1 < 1 \quad \Leftrightarrow$

$\mu^2 - 2\mu + 1 > 0$ και $\mu^2 - 2\mu + 1 < 1 \quad \Leftrightarrow$

$(\mu - 1)^2 > 0$ και $\mu(\mu - 2) < 0 \quad \Leftrightarrow$

$\mu \neq 1$ και $0 < \mu < 2$

iii)

Θα πρέπει να ισχύει

$f(1) = 4 \quad \Leftrightarrow \mu^2 - 2\mu + 1 = 4 \Leftrightarrow$

$\mu^2 - 2\mu - 3 = 0 \Leftrightarrow \mu = 3$ ή $\mu = -1$

iv)

Από το **(ii)** προκύπτει ότι όταν $\mu > 2$ η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα

άρα

$f(-x + 3) < f(2x - 9) \Leftrightarrow$

$-x + 3 < 2x - 9 \quad \Leftrightarrow x > 4$

37.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln\left(\dfrac{e^{2x}-1}{e^{x}+5}\right)$

i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f

ii. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 2\ln 2$

iii. Να λύσετε την ανίσωση $f(x) > 0$

Προτεινόμενη λύση

i.

Πρέπει να ισχύει $\dfrac{e^{2x}-1}{e^{x}+5} > 0$ και $e^{x}+5 \neq 0$

Αλλά $e^{x}+5>0$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$, οπότε πρέπει $e^{2x}-1>0 \Leftrightarrow$

$e^{2x}>1 \Leftrightarrow$

$e^{2x}>e^{0} \Leftrightarrow x>0$

Άρα υο πεδίο ορισμού της f είναι το $A=(0, +\infty)$

ii.

$f(x) = 2\ln 2 \Leftrightarrow \ln\left(\dfrac{e^{2x}-1}{e^{x}+5}\right) = \ln 2^2$

$\dfrac{e^{2x}-1}{e^{x}+5} = 4$

$e^{2x} - 4e^{x} - 21 = 0$ (θέτουμε $e^{x} = y > 0$)

$y^2 - 4y - 21 = 0$

$y = 7$ ή $\cancel{y = -3}$

$e^{x} = 7 \Leftrightarrow x = \ln 7$ δεκτή τιμή αφού $\ln 7 > 0$

iii.

$f(x) > 0 \Leftrightarrow \ln\left(\dfrac{e^{2x}-1}{e^{x}+5}\right) > 0 \Leftrightarrow \ln\left(\dfrac{e^{2x}-1}{e^{x}+5}\right) > \ln 1$

$\dfrac{e^{2x}-1}{e^{x}+5} > 1$

$e^{2x}-1 > e^{x}+5$

$e^{2x}-e^{x}-6 > 0$ (θέτουμε $e^{x} = y$)

$y^2 - y - 6 > 0$

$y < -2$ ή $y > 3$

$e^{x} < -2$ αδύνατο ή $e^{x} > 3 \Leftrightarrow$

$x > \ln 3$

38.

i) Να βρείτε τις τιμές των k και λ για τις οποίες τα πολυώνυμα

$P(x) = (3k-5\lambda)\,x^3 + x^2 + (k-2)\,x + 7$ και $Q(x) = x^3 + (k^2-3)x^2 + 2k + 3\lambda$ είναι ίσα

ii) Για $\lambda = 1$ και $k = 2$

α) Να δείξετε ότι το σύστημα $\begin{cases}(5\lambda-3)x + (2k-1)y = k + 2\lambda \\ 2x + (\lambda + 2)y = 4\end{cases}$

έχει άπειρες λύσεις τις οποίες να προσδιορίσετε

β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{(2\lambda-1)e^x - (k+3)e^{\ln 3}}$

Προτεινόμενη λύση

i)

$P(x) = Q(x) \Leftrightarrow (\,3k-5\lambda = 1$ και $k^2-3 = 1$ και $k-2 = 0$ και $2k + 3\lambda = 7) \Leftrightarrow$

$k = 2$ και $\lambda = 1$

ii)

α) Για $\lambda = 1$ και $k = 2$ το σύστημα γίνεται $\begin{cases}2x + 3y = 4 \\ 2x + 3y = 4\end{cases}$ το οποίο είναι ισοδύναμο με

την εξίσωση $2x + 3y = 4$ η οποία ως γνωστόν έχει άπειρες λύσεις

Επειδή $2x + 3y = 4 \Leftrightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$ οι άπειρες λύσεις της εξίσωσης άρα και του

συστήματος είναι όλα τα ζεύγη της μορφής $(x, y) = \left(x, -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}\right)$ με $x \in \mathbb{R}$

β) Για $\lambda = 1$ και $k = 2$ η συνάρτηση γίνεται $f(x) = \sqrt{e^x - 5e^{\ln 3}}$

Θα πρέπει να ισχύει $e^x - 5e^{\ln 3} \geq 0 \Leftrightarrow e^x - 5\cdot 3 \geq 0 \Leftrightarrow$

$e^x \geq 15 \Leftrightarrow x \geq \ln 15$ συνεπώς

πεδίο ορισμού της f είναι το $A = [\ln 15\,, +\infty)$

39.

Έστω $Q(t)$ η τιμή ενός προϊόντος (σε χιλιάδες €) t έτη μετά την κυκλοφορία του στην αγορά. Η αρχική τιμή του προϊόντος ήταν 3000 € ενώ μετά από 6 μήνες η τιμή του είχε μειωθεί στο μισό της αρχικής του τιμής.

Αν είναι γνωστό ότι ισχύει $\ln Q(t) = \alpha t + \beta$, $t \geq 0$ όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, τότε :

i) Να δείξετε ότι $Q(t) = 3 \cdot 4^{-t}$, $t \geq 0$

ii) Να βρείτε σε πόσο χρόνο η τιμή του προϊόντος θα γίνει ίση με το $\frac{1}{16}$ της αρχικής τιμής.

iii) Να βρείτε τον ελάχιστο χρόνο για τον οποίο η τιμή του προϊόντος δεν υπερβαίνει το $\frac{1}{9}$ της αρχικής τιμής.

Προτεινόμενη λύση

i .

Η αρχική τιμή του προϊόντος είναι ίση με 3 χιλιάδες €. Άρα $Q(0) = 3$ **(1)**

Μετά από 6 μήνες, δηλαδή $\frac{1}{2}$ έτος, η τιμή έγινε το μισό της αρχικής, δηλαδή $\frac{3}{2}$ χιλιάδες €. Άρα $Q\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}$ **(2)**

Από την υπόθεση $\ln Q(t) = \alpha t + \beta$ για $t = 0 \Rightarrow \ln Q(0) = \beta$

$$\overset{(1)}{\Rightarrow} \beta = \ln 3$$

για $t = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \ln Q\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}\alpha + \ln 3$$

$$\overset{(2)}{\Rightarrow} \ln\frac{3}{2} = \frac{1}{2}\alpha + \ln 3$$

$$\ln 3 - \ln 2 = \frac{1}{2}\alpha + \ln 3$$

$$\alpha = -2\ln 2 = \ln(2^{-2})$$

Η υπόθεση $\ln Q(t) = \alpha t + \beta$ γράφεται

$$\ln Q(t) = t\ln(2^{-2}) + \ln 3$$

$$\ln Q(t) = \ln(2^{-2t}) + \ln 3$$

$$\ln Q(t) = \ln(3 \cdot 2^{-2t})$$

$$\ln Q(t) = \ln(3 \cdot 4^{-t}) \quad \Rightarrow \quad Q(t) = 3 \cdot 4^{-t}$$

ii.

Δίνεται $Q(t) = \frac{1}{16}Q(0) \overset{(i)}{\Rightarrow} 3 \cdot 4^{-t} = \frac{1}{16} \cdot 3$

$$4^{-t} = 4^{-2}$$

$t = 2$ έτη

iii.

Πρέπει $Q(t) \leq \frac{1}{9}Q(0) \Leftrightarrow 3 \cdot 4^{-t} \leq \frac{1}{9} \cdot 3$

$$4^{-t} \leq \frac{1}{9}$$

$$\ln 4^{-t} \leq \ln\frac{1}{9}$$
$$-t\ln 4 \leq \ln 1 - \ln 9$$
$$-t\ln 2^2 \leq -\ln 3^2$$
$$2t\ln 2 \geq 2\ln 3 \quad \Leftrightarrow \quad t \geq \frac{\ln 3}{\ln 2}$$

Άρα ο ελάχιστος χρόνος είναι $t = \frac{\ln 3}{\ln 2}$ έτη

40.

Έστω η συνάρτηση $f(x) = 3^{3x} - 19\cdot 9^{x} + 11\cdot 3^{x+2} - 81$

i) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα των x

ii) Να λύσετε την εξίσωση f(συνx) = 0 στο διάστημα [0, 2π]

Προτεινόμενη λύση

i)

Οι τετμημένες των σημείων τομής είναι οι ρίζες της εξίσωσης f(x) = 0

οπότε $f(x) = 0 \Leftrightarrow 3^{3x} - 19\cdot 9^{x} + 11\cdot 3^{x+2} - 81 = 0 \quad \Leftrightarrow$

$3^{3x} - 19\cdot 3^{2x} + 11\cdot 3^{2}\cdot 3^{x} - 81 = 0 \quad \Leftrightarrow$

$3^{3x} - 19\cdot 3^{2x} + 99\cdot 3^{x} - 81 = 0 \quad \Leftrightarrow$

θέτω $3^{x} = y$ οπότε έχουμε

$y^{3} - 19\cdot y^{2} + 99\cdot y - 81 = 0$

εφαρμόζοντας Horner για y = 1 βρίσκουμε

$(y-1)(y^{2}-18y + 81) = 0 \Leftrightarrow y = 1$ ή $y = 9$ (διπλή)

Τώρα αν y = 1 τότε $3^{x} = 1 \Leftrightarrow x = 0$

αν y = 9 τότε $3^{x} = 9 \Leftrightarrow x = 2$ άρα

Τα σημεία τομής είναι τα (0, 0) και (2 , 0)

ii)

$f(\text{συν}x) = 0 \Leftrightarrow 3^{3\text{συν}x} - 19\cdot 3^{2\text{συν}x} + 99\cdot 3^{\text{συν}x} - 81 = 0$

και με βάση το **(i)** συνx = 0 ή συνx = 2

η συνx = 0 έχει στο διάστημα [0, 2π] λύσεις τις $x = \dfrac{\pi}{2}$ ή $x = \dfrac{3\pi}{2}$

ενώ η συνx = 2 είναι αδύνατη .